ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 15 JUILLET 1942.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre Secrétaire d'État a l'Éducation Nationale et a la Jeunesse** adresse ampliation de l'arrêté portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Joseph Pérès** pour occuper dans la Section de Mécanique la place vacante par le décès de M. *Léon Lecornu.*

Il est donné lecture de cet arrêté.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Joseph Pérès** prend place parmi ses Confrères.

ACOUSTIQUE. — *Sur la réflexion et la réfraction d'ondes acoustiques à la surface de séparation de deux fluides en repos ou en mouvement relatif de translation.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

La réflexion et la réfraction d'ondes acoustiques à la surface de séparation de deux fluides distincts, ou identiques mais dans des états physiques différents, pouvant être animés au surplus, l'un par rapport à l'autre, d'un mouvement de translation, présentent des caractères particuliers très différents de ceux observés dans le cas d'une surface de séparation rigide non ébranlée par ces ondes [1].

Il nous paraît utile de préciser quelques points intéressants relatifs à ces phénomènes.

Supposons les deux fluides (gaz ou liquides) séparés par le plan xOy; le fluide supérieur ($z > 0$) au repos, le fluide inférieur animé d'une vitesse parallèle au plan xOy et de projections α, β, 0. Soient a la vitesse du son dans le fluide supérieur de densité ρ; a' et ρ' les quantités analogues dans le milieu inférieur.

Soit maintenant une onde plane incidente donnée quelconque cheminant dans le fluide supérieur, représentée par sa fonction des vitesses $f(x\sin\theta - z\cos\theta + at)$, et donnant lieu à une onde réfléchie $\varphi(x\sin\theta - z\cos\theta + at)$ et aussi, suivant les circonstances, dans le milieu inférieur à une onde réfractée.

---

[1] E. Esclangon, *Comptes rendus*, 164, 1917, pp. 99 et 175.

Dans tous les cas, l'ébranlement, dans le milieu inférieur, sera caractérisé par une fonction des vitesses $\Phi(x_1, y_1, z, t)$ définie par rapport à des axes mobiles O_1, x_1, y_1, z, entraînés avec le fluide dans son mouvement de translation. L'ébranlement étant supposé très petit, on aura la relation

$$(1) \qquad \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = a'^2\left[\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right].$$

Pour les deux systèmes de coordonnées relatifs à une même molécule, on aura

$$(2) \qquad x = x_1 + \alpha t, \qquad y = y_1 + \beta t.$$

Par la nature même du problème, une certaine forme est imposée à la fonction Φ. Soient deux molécules M et M' du milieu inférieur, dont les coordonnées absolues sont, respectivement, aux époques t et t' : x, y, z et x', y', z (les z ayant la même valeur), mais pour lesquelles on a

$$(3) \qquad x\sin\theta + at = x'\sin\theta + at'.$$

On peut dire que ces deux molécules sont, aux époques respectives t, t', dans la même position géométrique et physique vis-à-vis des diverses phases de l'onde incidente; leurs vitesses et les pressions sont les mêmes, de sorte que $(\partial\Phi/\partial x_1)(\partial\Phi/\partial y_1)(\partial\Phi/\partial z)(\partial\Phi/\partial t)$ y ont les mêmes valeurs. Cela revient à dire que ces quantités dépendent des seules valeurs $u = x\sin\theta + at$ et z; la fonction des vitesses Φ se met donc sous la forme

$$(4) \qquad \Phi(u, z) = \Phi[x_1\sin\theta + (a + \alpha\sin\theta)t, z].$$

En écrivant que Φ satisfait à (1), il vient

$$(5) \qquad \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \left[\sin^2\theta - \frac{a^2}{a'^2}\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right)^2\right]\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} = 0.$$

Exprimons maintenant que, sur la surface de séparation, les composantes normales, suivant Oz des vitesses des molécules dans les deux milieux, ainsi que les pressions, sont les mêmes. Il vient

$$(6) \qquad \cos\theta[f'(u) - \varphi'(u)] = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_0$$

$$(7) \qquad \rho[f'(u) + \varphi'(u)] = \rho'\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\right)_0 \qquad (\text{pour } z = 0).$$

1° *Cas où il y a réflexion et réfraction.* — S'il existe une onde réfractée, celle-ci est plane; Φ est alors une fonction linéaire de x_1, z, t, et s'écrit

$$\Phi(u, z) = \Phi[x_1\sin\theta + (a + \alpha\sin\theta)t + \lambda z].$$

Les équations (5), (6) et (7) deviennent

$$(8) \qquad \lambda^2 = \frac{a^2}{a'^2}\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right)^2 - \sin^2\theta,$$

$$(9) \qquad \cos\theta[f'(u) - \varphi'(u)] = \lambda\Phi'(u),$$

$$(10) \qquad \rho[f'(u) + \varphi'(u)] = \rho'\left[1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right]\Phi'(u).$$

La relation (8) fixe la loi de réfraction. Si θ' désigne l'angle de réfraction, elle pourrait s'écrire en effet

$$(11) \qquad \frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = \frac{a}{a'}\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right).$$

Cette loi est obtenue ici indépendamment de l'application du principe de Huyghens. Les relations (9) et (10) déterminent qualitativement et quantitativement les ondes réfléchies $\varphi'(u)$, et réfractées $\Phi'(u)$, à savoir

$$(12) \quad \varphi'(u) = \frac{\rho'\cos\theta\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right) - \lambda\rho}{\rho'\cos\theta\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right) + \lambda\rho} f'(u); \qquad \Phi'(u) = \frac{2\rho\cos\theta}{\rho'\cos\theta\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right) + \lambda\rho} f'(u).$$

Il est à remarquer que l'onde réfléchie peut s'annuler. Il y a alors *réfraction totale*.

2° *Cas de la réflexion totale.* — La quantité λ^2, définie par (8), peut être négative. Il y a alors réflexion totale. Posons

$$(13) \qquad \mu^2 = \sin^2\theta - \frac{a^2}{a'^2}\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right)^2, \qquad v = \mu z.$$

L'équation (5) s'écrit alors

$$(14) \qquad \frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial v^2} = 0,$$

et (6) et (7) deviennent

$$(15) \quad \begin{cases} m\left(\dfrac{\partial\Phi}{\partial u}\right)_0 + n\left(\dfrac{\partial\Phi}{\partial v}\right)_0 = f'(u) \\ m\left(\dfrac{\partial\Phi}{\partial u}\right)_0 - n\left(\dfrac{\partial\Phi}{\partial v}\right)_0 = \varphi'(u) \end{cases} \quad \text{avec} \quad m = \frac{\rho'}{2\rho}\left(1 + \frac{\alpha}{a}\sin\theta\right), \quad n = \frac{\mu}{2\cos\theta}.$$

La fonction Φ étant harmonique, il en est de même de la fonction

$$(16) \qquad H(u, v) = m\frac{\partial\Phi}{\partial u} + n\frac{\partial\Phi}{\partial v}$$

définie dans le demi-plan des z négatifs. Elle prend pour $v = 0$ les valeurs données $f'(u)$ correspondant à l'onde incidente. Elle se détermine par les procédés classiques du problème de Dirichlet. Appelons $G(u, v)$ la *fonction harmonique conjuguée*, définie par les conditions

$$(17) \qquad \frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial G}{\partial v}, \qquad \frac{\partial H}{\partial v} = -\frac{\partial G}{\partial u},$$

de sorte que $H(uv) + iG(u, v)$ définit une *fonction analytique* de la variable imaginaire $u + iv$.

Les équations (15) et (16) donnent alors, pour l'onde réfléchie $\varphi'(u)$, en

tenant compte de la propriété harmonique de la fonction $\Phi(u, v)$,

$$(18)\qquad \varphi'(u) = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2} \mathrm{H}(u, 0) + \frac{2mn}{m^2 + n^2} \mathrm{G}(u, 0) = \cos\omega\, f'(u) + \sin\omega\, g'(u),$$

où l'on a posé

$$(19)\qquad \tan g \frac{\omega}{2} = \frac{n}{m}.$$

L'onde $g'(u)$, bien déterminée quand $f'(u)$ est donnée, sera appelée l'*onde conjuguée* de l'onde incidente $f'(u)$. L'onde conjuguée de $g'(u)$ ne serait autre que $-f'(u)$.

Ainsi *la réflexion totale fait naître dans l'onde réfléchie l'onde conjuguée, superposée*, pour une part définie, *à une onde identique* (*au signe près*) *à l'onde incidente*. Le fluide inférieur, malgré la réflexion totale, ne reste pas au repos; il subit un ébranlement qui s'éteint exponentiellement avec la distance $-z$ à la surface de séparation.

Si l'onde incidente est périodique, $f'(u) = \sin(pu + \gamma)$; on a alors

$$\mathrm{H}(u, v) = e^{pv} \sin(pu + \gamma), \qquad \mathrm{G}(u, v) = e^{pv} \cos(pu + \gamma) \qquad \text{et} \qquad g'(u) = \cos(pu + \gamma).$$

Le timbre, s'il s'agit d'un son complexe, peut être altéré par la réflexion totale.

Dans le cas d'une onde quelconque, permanente ou solitaire, l'onde conjuguée $g'(u)$ peut différer beaucoup, dans sa structure physique, de l'onde incidente, surtout si, comme dans le cas de détonations, par exemple, celle-ci comporte des variations rapides d'évolution. L'impression de détonation résultant de variations brusques de pression, il pourrait arriver que des ondes incidentes non audibles le deviennent, ou soient renforcées, par réflexion totale. Ces circonstances paraissent se présenter dans les échos prolongés qui prennent naissance sur les nuages à la suite des coups de tonnerre et qui sont marqués parfois par des rebondissements inattendus d'intensité.

GÉODÉSIE. — *Nouvelles déterminations de la pesanteur dans le Nord du Massif Central.* Note de M. **Pierre Lejay.**

Le tableau ci-contre donne les valeurs de la gravité obtenues en 29 stations du Nord du Massif Central, à l'aide des deux gravimètres Holweck-Lejay n°s 42 et 622.

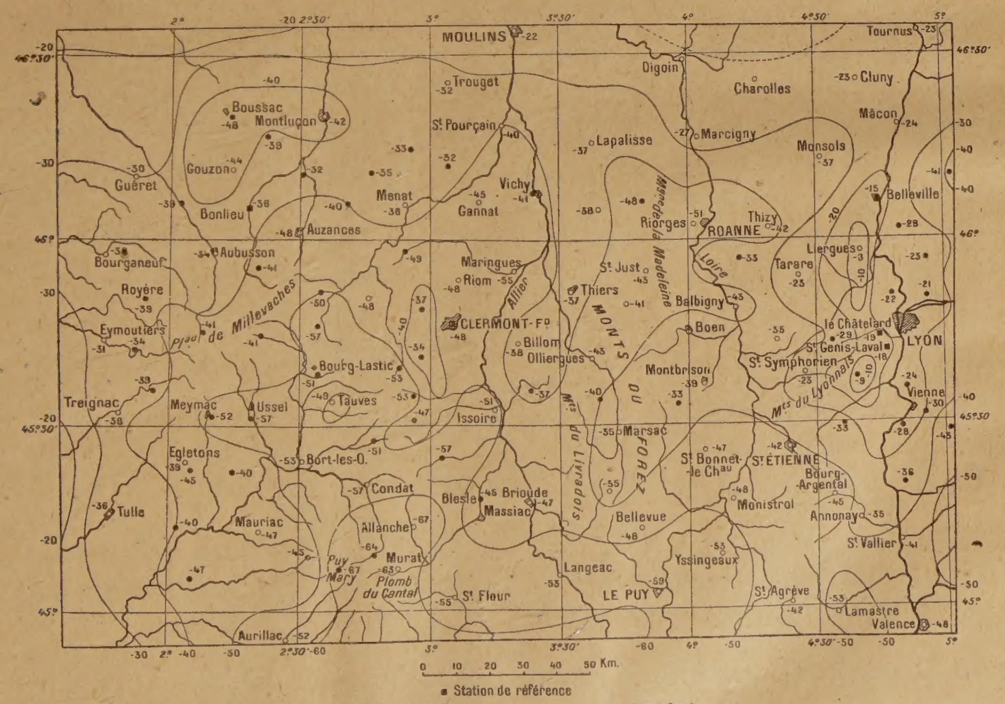
On a reporté sur la carte les anomalies de Bouguer par rapport aux valeurs normales sur l'ellipsoïde international.

Parmi les détails nouveaux apparaissant sur cette carte, nous signalerons les suivants :

A l'Ouest et au Sud-Ouest de Montluçon, une région d'anomalies plus fortement négatives coïncide presque exactement avec la région des granites

Massif Central (septembre 1941).

Station.	Longitude.	Latitude.	Altitude.	Date.	g.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
				1941.						
	° ′	° ′	mètres		gals	gals	gals	gals	mgals	mgals
Le Châtelard	4 45,5	45 43,9	298	4 sept.	980,618	–	–	–	–	–
Saint-Symphorien	4 12,5	45 57,0	432	8 »	,598	980,731	980,682	980,715	+ 16	— 33
Croix du Sud	3 50,2	46 5,6	756	8 »	,531	,764	,679	,727	+ 37	— 48
Vichy	3 24,0	46 7,8	258	8 »	,639	,719	,690	,731	+ 78	— 41
Bellenaves	3 4,6	46 11,7	340	9 »	,639	,743	,705	,737	+ 6	— 32
Rivalais	2 56,0	46 15,5	421	9 »	,628	,758	,710	,743	+ 15	— 33
Montaigut	2 47,2	46 11,3	615	9 »	,581	,771	,701	,736	+ 35	— 35
Bonlieu	2 18,5	46 5,6	423	10 »	,607	,738	,690	,727	+ 11	— 37
Moutiers d'Ahun	2 3,3	46 6,0	352	11 »	,621	,729	,689	,728	+ 1	— 39
Royère	1 54,2	45 50,6	716	11 »	,526	,747	,666	,705	+ 42	— 39
Le Fournet	1 51,4	45 42,5	518	11 »	,557	,717	,659	,693	+ 58	— 34
Bugeat	1 55,8	45 36,2	740	12 »	,498	,726	,643	,684	+ 83	— 39
Meymac	2 9,5	45 31,4	737	12 »	,481	,709	,625	,677	+ 32	— 52
Ussel	2 18,5	45 30,9	585	12 »	,505	,685	,619	,676	+ 9	— 57
Neuvic d'Ussel	2 14,0	45 22,6	635	13 »	,499	,695	,623	,663	+ 32	— 40
Égletons	2 3,8	45 23,6	589	13 »	,505	,686	,620	,665	+ 21	— 45
Brigoux	2 1,0	45 13,6	534	13 »	,504	,669	,609	,649	+ 20	— 40
Saint-Cirgues	2 6,1	45 4,6	438	14 »	,503	,638	,589	,636	+ 2	— 47
Saint-Paul	2 31,7	45 8,7	762	14 »	,451	,686	,599	,642	+ 44	— 43
Pas-de-Peyrol	2 40,5	45 6,8	1589	15 »	,261	,651	,572	,639	+ 12	— 67
Dienne	2 47,0	45 9,1	1058	15 »	,372	,699	,579	,643	+ 56	— 64
Blesle	3 11,2	45 18,1	495	16 »	,514	,666	,611	,656	+ 10	— 45
Mazoires	3 2,1	45 24,3	805	16 »	,452	,701	,609	,666	+ 35	— 57
Beaubié	2 46,6	45 27,7	1070	16 »	,411	,741	,620	,671	+ 70	— 51
Lac Chambon	2 56,0	45 34,3	880	17 »	,452	,723	,624	,681	+ 52	— 57
Bourg-Lastic	2 34,3	45 38,5	740	17 »	,491	,719	,636	,687	+ 32	— 51
Herment	2 34,0	45 46,1	748	17 »	,495	,726	,642	,699	+ 27	— 57
Bonlieu	2 18,5	46 5,6	423	18 »	,607	,730	,692	,728	+ 2	— 36
Boussac	2 14,4	46 20,5	371	20 »	,630	,744	,702	,750	— 6	— 48
Nouhant	2 23,5	46 17,1	444	20 »	,619	,756	,706	,745	+ 11	— 39
Manzat	2 55,2	45 57,9	621	21 »	,546	,738	,667	,716	+ 22	— 49
Le Châtelard	4 45,5	45 43,9	298	25 »	,618	–	–	–	–	–



■ Station de référence

• Station occupée par le R.P. Pierre Lejay ○ Station occupée par Raoul Goudey

et des granulites, tandis qu'aux micaschistes, autour d'Évaux et de Saint-Sévère, correspondent des anomalies plus faibles.

La région des Puys, à l'Ouest de Clermont-Ferrand, est nettement marquée de faibles anomalies bien délimitées, qui s'arrêtent au Sud devant l'extension des fortes anomalies du Plomb du Cantal vers Issoire (extension qui suit également presque exactement les contours des émergences basaltiques), et qui se trouvent bordées à l'Ouest par une autre extension des fortes anomalies correspondant aussi aux roches éruptives du Sud-Ouest de Pontgibaud.

On remarque encore des anomalies plus fortes dans la région granitique s'étendant entre Meymac et Ussel, et une diminution notable au Nord et au Sud de cette région, dans la zone des micaschistes.

Si l'on ajoute à ces faits l'extension en direction du Puy des anomalies des Monts de la Margeride, qui coïncide encore avec les granites, on doit constater dans toute cette étendue du Massif Central, la moitié Ouest de notre carte, une relation assez étroite entre les anomalies de Bouguer et les caractères géologiques superficiels. Or il faut noter que, pour la réduction au niveau de la mer, nous avons adopté une densité uniforme de 2,7, et que si l'on tenait compte de la densité locale, les différences constatées seraient légèrement accrues, puisque c'est dans les régions de roches éruptives lourdes que nous trouvons les anomalies négatives les plus fortes. On ne peut donc expliquer ces différences que par la présence de masses compensatrices plus légères à des profondeurs relativement faibles, les zones d'anomalies signalées ne s'étendant guère en général sur plus de 30^{km}.

Dans la moitié Est de la carte, la concordance signalée plus haut ne paraît pas aussi régulière : si les Monts de la Madeleine sont bien marqués, une bande d'anomalies plus faibles coupe du Sud-Ouest au Nord-Est les Monts du Forez; il semble cependant que le carbonifère du Sud de Roanne coïncide avec une région de faibles anomalies.

Dans cette région un réseau plus serré de stations devra être établi.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

David Sidersky. *Pasteur et Renan. Les Sciences et les Lettres.*

M. **Louis Fage** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Anatomie et Zoologie par le décès de M. *P. Marchal.*

M. **Raymond Furon** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Villemot.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un problème de géométrie suggéré par l'étude du mouvement brownien.* Note de M. **Jean Ville**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans l'étude du mouvement brownien on est amené, quand on fait tendre vers zéro l'intervalle de temps moyen qui sépare deux chocs consécutifs, à considérer des fonctions aléatoires d'une variable t, presque certainement continues, à accroissements successifs indépendants [1]. La signification physique du problème se trouve altérée, les fonctions obtenues étant à variation non bornée. Les trajectoires sont des courbes presque certainement continues, mais sans tangente. Le but de la présente Note est de montrer que, tout au moins dans le cas de l'espace à trois dimensions, un point donné de la trajectoire est presque certainement un point simple.

2. Soient donc trois fonctions aléatoires $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ obéissant à la loi

$$(1)\quad \mathrm{Prob}\{X(t+\theta)-X(t)<x,\ Y(t+\theta)-Y(t)<y,\ Z(t+\theta)-Z(t)<z\}$$
$$=(2\pi\theta)^{-\frac{3}{2}}\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}\int_{-\infty}^{z}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2+z^2}{2\theta}\right\}dx\,dy\,dz\qquad(\theta>0).$$

Nous poserons la probabilité ci-dessus égale, pour simplifier l'écriture, à

$$\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}\int_{-\infty}^{z}f\left(\overline{M_tM}_{t+\theta}^{2},\ \theta\right)dM_{t+\theta}.$$

3. Soit U la borne inférieure des valeurs de t pour lesquelles le point M_t se retrouve à l'origine (en supposant que M_0 est à l'origine). Remarquons que le changement de variable $\tau=p^2t$, combiné avec une homothétie de puissance p, ne modifie pas les lois de probabilité. U et pU ayant ainsi même loi de répartition, les seuls cas qui peuvent se présenter sont

$$\mathrm{Pr}\{U=0\}=1\qquad\text{ou}\qquad\mathrm{Pr}\{U=\infty\}=1.$$

4. Soient deux points distincts N_0 et N_1, et deux instants distincts t_0 et t_1. Supposant que M_{t_0} coïncide avec N_0, la fonction

$$S(M_t,\ t)=\frac{f\left(\overline{M_tN}_1^{2},\ T-t\right)}{f\left(\overline{N_0N}_1^{2},\ T-t_0\right)}\qquad[t_0<t<t_1<T;\ (t_0,\ t_1,\ T\ \text{fixes})]$$

définit une martingale [2], de sorte que

$$\mathrm{Prob}\left\{\underset{t\ \leq t\leq t_1}{\text{Borne sup.}}\ S(M_t,\ t)\geq A\right\}\leq\frac{1}{A}\qquad(A>1).$$

---

[1] P. Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, p. 166 et suiv. (*Monographies des Probabilités*, 1937).

[2] J. Ville, *Étude critique de la notion de collectif* Chap. V (*Monographies des Probabilités*, 1939).

On déduit sans peine de l'inégalité précédente que la probabilité pour que M ne passe pas par N_1 dans l'intervalle $t_0 \leq t \leq t_1$, est au moins égale à

$$(2) \qquad 1 - \exp\left\{ - \frac{\overline{N_0 N_1}^2}{2(t_1 - t_0)} \right\}.$$

5. Supposons maintenant que, pour $t = 0$, le point M se trouve à l'origine, et soient deux valeurs t_0 et t_1 $(0 < t_1 < t_0)$. Par application du résultat (2), on montre que la probabilité pour que le point M ne repasse pas par l'origine dans l'intervalle (t_1, t_0) est au moins égale à

$$(3) \qquad 1 - \left(\frac{t_0 - t_1}{t_0} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Soit maintenant une suite $t_0 > t_1 > \ldots > t_n > \ldots (t_n \to 0)$. En appliquant le résultat (3) aux intervalles successifs séparant ces valeurs de t, on montre que la variable U introduite au paragraphe 3 est presque certainement positive. L'origine est donc presque certainement point simple de la courbe considérée, et par conséquent l'ensemble des valeurs de t pour lesquelles la courbe admet un point double est presque certainement de mesure nulle.

Remarque. — La méthode de démonstration indiquée ici ne s'applique pas au mouvement brownien plan; elle conduit dans ce dernier cas à la considération de la série

$$\sum \frac{t_n - t_{n+1}}{t_n} \qquad (t_0 > t_1 > \ldots > t_n > \ldots;\ t_n \to 0),$$

qui diverge. Il nous semble cependant extrêmement probable que la proposition qui fait l'objet de la présente Note est vraie également pour deux dimensions.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Préliminaires à une nouvelle définition de la mesure.* Note de M. **Gustave Choquet**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

La mesure de Lebesgue, ou plus généralement une mesure de Hausdorff satisfaisant à la définition générale de la mesure donnée par Carathéodory, ne permet pas de comparer métriquement deux ensembles quelconques. Les faits suivants : existence d'ensembles non mesurables qu'on ne peut comparer même lorsqu'ils sont superposables, rangement dans une même catégorie de tous les ensembles de mesure nulle, aussi différents qu'ils soient, existence de mesures de Hausdorff non comparables, tiennent à ce que l'on veut, pour comparer les ensembles, utiliser *a priori* l'échelle des nombres, c'est-à-dire un ensemble de numéros totalement ordonné, et de type bien déterminé.

Pour éviter ces difficultés, nous définirons seulement l'égalité des *masses* de deux ensembles. Les masses sont alors réparties en classes qui forment un ensemble de numéros partiellement ordonné que l'on étudiera *a posteriori*.

Définitions Δ. — Les ensembles considérés sont tous les sous-ensembles d'un espace abstrait E. On suppose définie pour certains couples de ces ensembles une *congruence* ($\sim$) astreinte seulement aux conditions

1° $a \sim a$; 2° $a \sim b \rightarrow b \sim a$; 3° $a \sim b$ et $b \sim b \sim c \rightarrow a \sim c$.

Une définition de l'égalité des masses de deux ensembles de E *est une définition* Δ *si les cinq axiomes suivants sont vérifiés :*

I_a. $m(A) = m(B) \rightarrow m(B) = m(A)$.

I_b. $m(A) = m(B)$ et $m(B) = m(C) \rightarrow m(A) = m(C)$.

II. Deux ensembles congruents ont des masses égales.

III. Soit $A = \sum_1^\infty a_i$ et $B = \sum_1^\infty b_i$ avec $a_i.a_j = 0$ et $b_i.b_j = 0$ si $i \neq j$; si alors $m(a_i) = (b_i)$ pour tout i, on a $m(A) = m(B)$.

Ces axiomes sont indépendants. Les axiomes I_a et I_b permettent de ranger les ensembles en classes (m) maxima d'ensembles équimasses.

Inégalité. — On dit que $m(A) \subset m(B)$, si A a même masse qu'une partie de B.

Cette définition ordonne l'ensemble des classes (m) en un ensemble partiellement ordonné si les axiomes suivants sont vérifiés :

IV. $m(A) \subset m(B)$ et $m(B) \subset m(A) \rightarrow m(A) = m(B)$,

V. $m(A) \subset m(B)$ et $m(B) \subset m(C) \rightarrow m(A) \subset m(C)$.

Ces deux axiomes sont indépendants entre eux et indépendants des trois premiers. Les cinq axiomes sont compatibles.

Notre but étant de choisir parmi toutes ces définitions celle qui est la plus naturelle, nous allons classer les définitions Δ relatives à un même espace E muni d'une congruence donnée.

Définition. — 1° Δ_2 est plus fine que Δ_1 (ou $\Delta_1 \prec \Delta_2$) si, quels que soient les ensembles A et B, $m_{\Delta_2}(A) = m_{\Delta_2}(B)$ entraîne $m_{\Delta_1}(A) = m_{\Delta_1}(B)$; 2° Δ_1 et Δ_2 sont équivalentes (ou $\Delta_1 \equiv \Delta_2$) si l'on a $\Delta_1 \prec \Delta_2$ et $\Delta_2 \prec \Delta_1$.

On montre que l'ensemble des Δ *est partiellement ordonné par cette relation.*

Propriétés générales des Δ. — L'ensemble des Δ ne forme pas en général une *structure*, mais on peut définir dans tous les cas des éléments $(\Delta_1 + \Delta_2)$ et $(\Delta_1 . \Delta_2)$ qui satisfont à presque tous les axiomes (I) à (V).

Dans le cas où la congruence de E est telle que, si deux ensembles sont congruents, il existe entre leurs points une correspondance biunivoque qui entraîne la congruence des sous-ensembles homologues; dans ce cas il existe une définition Δ plus fine que toutes les autres :

Δ_ω : $m(A) = m(B)$ si A et B sont décomposables respectivement en une infinité dénombrable d'ensembles disjoints a_i et b_i tels que $a_i \sim b_i$ pour tout i.

Théorème. — Soit E un espace cartésien où la congruence est la superposabilité :

1° *Si* A *est fermé et de mesure*$_L$ a *et si* B *est un ensemble de mesure jordanienne intérieure* a, *on a* $m_\Delta(A) \leqq m_\Delta(B)$ *quel que soit* Δ.

2° *Deux ensembles ouverts qui ont même mesure*$_L$ *ont toujours même masse* $_\Delta$.

Voici un exemple de Δ pour laquelle la relation $m(A) \subset m(B)$ n'entraîne pas : puissance de $(A) <$ puissance de (B).

Un espace E (où $a \sim b \rightarrow a$ identique à b) est divisé en ensembles disjoints e.

On dira alors que $m(A) = m(B)$ si tout ensemble e qui a des points dans A, a aussi des points dans B, et inversement.

Ici l'ensemble des classes (m) est isomorphe à l'ensemble des parties de l'ensemble formé avec les e comme éléments.

Pour éviter ces singularités on est amené à considérer une sous-famille des Δ :

Définition δ. — On a $m(A) = m(B)$ si $A = \sum_1^\infty a_i$ et $B = \sum_1^\infty b_i$, les a_i et les b_i respectivement étant disjoints, et si, pour tout i, les points de a_i et b_i se correspondent biunivoquement dans une transformation d'un type donné T.

On suppose seulement sur les transformations T et sur la congruence de E que :

1° Si $a \sim b$, a et b se correspondent dans une transformation T.

2° Pour toute transformation T entre A et B, les transformations induites par T sur les sous-ensembles de A et B sont des transformations T.

3° Les transformations T forment un groupe.

Théorème. — *Toute définition* δ *est une définition* Δ.

On vérifie en effet que les axiomes I à V sont satisfaits. En particulier, la démonstration du fait que l'axiome IV est vérifié est analogue à celle du théorème de Bernstein relatif aux nombres cardinaux; en fait, *c'est une généralisation de ce théorème.*

Il existe ici encore une définition δ_ω plus finie que toutes les autres.

Il existe aussi une définition moins fine que toutes les autres : δ_0

δ_0. Deux ensembles ont même masse quand ils ont même puissance.

Dans le cas où E est un espace topologique, s'introduit une définition δ_T topologique :

δ_T est une δ pour laquelle les transformations T sont les homéomorphies.

Relativement à cette mesure topologique, tous les ensembles cartésiens qui contiennent un sous-ensemble parfait ont même masse.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur la chambre d'alimentation des souffleries à accumulation.* Note de M. **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

La réalisation des souffleries à accumulation ([1]) soulève un problème de construction nouveau relatif à la chambre d'amont, à volume variable, d'où

([1]) *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 873 et 889; 214, 1942, p. 345.

l'air doit se précipiter dans la soufflerie, au moment de la succion, avec une pression au départ aussi constante que possible.

Il s'agit, pour une soufflerie de dimensions industrielles, de faire écouler en quelques secondes plusieurs milliers de mètres cubes. L'emploi d'un grand gazomètre ne paraît pas pouvoir être alors envisagé, à cause des difficultés liées aux forces d'inertie.

M. Caquot a proposé l'emploi d'une chambre en toile à ballon réalisée de la façon suivante. Un bassin en forme de calotte sphérique est bordé par une margelle torique sur laquelle est fixée une couverture en toile façonnée en forme de calotte sphérique. Si le rayon du cercle générateur du tore est assez petit pour rendre négligeables les difficultés liées à la non-applicabilité de la sphère sur le tore, les deux positions, concave et convexe, de la toile sont approximativement deux calottes sphériques symétriques par rapport au plan horizontal tangent sur la margelle.

On peut d'ailleurs réaliser ce même type de chambre en construisant simplement, au-dessus du sol, une paroi verticale cylindrique dont le bord supérieur est arrondi en tore de petit rayon. Cela apparaît commode pour loger le convergent d'entrée de la soufflerie directement sur cette paroi verticale.

Le calcul des formes de transition à plis entre la calotte sphérique concave et la calotte sphérique convexe apparaît un problème fort compliqué du fait des doubles courbures. C'est une étude un peu superflue d'ailleurs, car, dans ces formes à plis, les tensions, nulles perpendiculairement aux plis, restent partout faibles. La toile flotte donc à peu près sous l'action simultanée de la surpression η dans la chambre et du poids spécifique superficiel ϖ de la toile. Il en résulte que η est du même ordre de grandeur que ϖ, c'est-à-dire tout à fait négligeable auprès de la pression atmosphérique.

On peut d'ailleurs faire des calculs effectifs lorsque, au lieu de ce problème de révolution du *bassin couvert*, on envisage le problème cylindrique du *canal couvert* infiniment long.

La toile peut alors prendre librement toutes les formes cylindriques que réclame l'équilibre, et s'applique sans aucune déformation sur les deux margelles cylindriques parallèles O et O′.

Pour les surpressions η, positives ou négatives, très grandes en valeur absolue, le poids propre de la toile devient négligeable, et l'on a des formes limites circulaires, tangentes aux deux margelles.

Les formes concaves réalisent une suite continue depuis la forme circulaire $A_1 C_1 A'_2$ (pour $\eta = -\infty$), en passant par la chaînette $A_3 C_3 A'_3$ (pour $\eta = 0$), jusqu'à la dernière des formes concaves que nous noterons $A_5 C_5 A'_5$.

Les formes convexes font une autre série continue depuis la forme circulaire limite $B_{18} C_{18} B'_{18}$ (pour $\eta = +\infty$) jusqu'à la dernière des formes convexes que nous noterons $B_{16} C_{16} B'_{16}$.

Dans ces deux domaines, on peut déterminer la pression η qui correspond

à une valeur donnée de l'angle de décollement sur la margelle, en cherchant la valeur de η qui donne à l'intégrale $\int R\,d\theta$ une valeur égale à la longueur de l'arc libre.

Pour étudier les formes de transition entre la forme 5 et la forme 16, on notera que l'expression $R = T/(\eta - \varpi \cos\theta)$ du rayon de courbure est incompatible avec l'existence d'un point d'inflexion sur l'arc libre. Par conséquent, les formes de transition sont des formes avec plis anguleux qui permettent au rayon de courbure de garder un signe invariable partout en dehors des plis.

Les plis ne peuvent naître qu'en des points où la tension devient nulle, et par conséquent au point bas d'un arc libre, où la tension est minimum. En conséquence, au gonflement, le pli naîtra au point bas G_5 de la dernière forme concave, sur l'axe de symétrie. Au contraire, au dégonflement à partir des formes convexes, c'est aux points bas B_{16} et B'_{16} que naîtront des plis latéraux.

En cours de gonflement, lorsque le point bas C′ du pli central arrive à la même altitude que les bords A et A′ de l'arc libre, la tension devient nulle en A et A′ où des plis peuvent prendre naissance. L'équilibre est instable et la toile du pli vertical B C B′ se précipitera, par glissement transversal, dans ces nouveaux plis latéraux AB et A′B′ où l'altitude est plus faible.

Cette disparition d'un équilibre instable est une transformation irréversible. Par conséquent les successions de formes de transition ne seront pas les mêmes au gonflement et au dégonflement.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Influence de la démultiplication de la transmission d'une automobile sur l'accélération du véhicule.* Note de M. **Joseph Bethenod**, présentée par M. Albert Caquot.

La boîte de changement de vitesses constitue un moyen de tirer du moteur la puissance maximum, par le maintien d'une vitesse de rotation élevée. Par une manœuvre opportune, elle procure l'accélération la plus rapide compatible avec l'adhérence (cas, par exemple, des voitures de course). On se propose tout d'abord ici de déterminer pour une boîte à deux vitesses quel est le rapport, de la première démultiplication à la seconde, qui procure le temps minimum nécessaire pour atteindre une vitesse donnée V, tandis que la vitesse angulaire ω du moteur ne dépasse pas une valeur limite Ω.

Soient M la masse du véhicule, J le moment d'inertie des organes en rotation du moteur, C le couple du moteur supposé constant, ρ le facteur de proportionnalité entre ω et la vitesse instantanée v lorsque la seconde démultiplication est en prise ($\omega = \rho v$), et enfin α le rapport entre la première et la seconde démultiplication ($\alpha > 1$). Pendant une première période de durée T_1, s'étendant de l'arrêt ($v = 0$) à l'instant où le véhicule atteint la vitesse limite

V/α, on peut écrire

$$(1)\qquad C\alpha\rho T_1 = M\frac{V}{\alpha},$$

d'où

$$T_1 = \frac{MV}{C\rho\alpha^2},$$

quand les pertes par frottements sont négligeables vis-à-vis des effets d'inertie, et quand $\omega = \Omega$ par glissement d'embrayage.

Pendant une seconde période, de durée T_2, au début de laquelle on est passé brusquement à la seconde démultiplication, le moteur retombe à une vitesse ω. L'embrayage subit donc *nécessairement* un glissement ($\omega < \rho v$), et le couple maximum qu'il peut supporter étant D, on obtient les deux égalités

$$(2)\qquad \begin{cases} T_2 C + J(\Omega - \omega) = T_2 D, \\ T_2 \rho D = M\left(v - \dfrac{V}{\alpha}\right), \end{cases}$$

d'où, par élimination de ω et v, vitesse atteinte lorsque le glissement de l'embrayage est terminé ($\omega = \rho v$),

$$(3)\qquad T_2 = \frac{J\Omega}{D-C}\cdot\frac{MV}{J\Omega\rho + MV}\cdot\frac{\alpha - 1}{\alpha}.$$

Enfin, puisque tout glissement a disparu, la troisième période T_3 est déterminée par

$$T_3 C\rho = M(V - v) + J\rho(\Omega - \varpi),$$

c'est-à-dire, compte tenu du système (2) qui détermine v et ω,

$$(4)\qquad T_3 = \frac{MV}{C\rho}\cdot\frac{\alpha - 1}{\alpha}.$$

Le temps total de la mise en vitesse est donc

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{MV}{C\rho}\cdot\frac{1}{\alpha^2} + \left[\frac{J\Omega MV}{(D-C)(J\Omega\rho + MV)} + \frac{MV}{C\rho}\right]\cdot\frac{\alpha - 1}{\alpha}.$$

En fonction de α, cette durée passe par un minimum pour

$$(5)\qquad \alpha = 2\,\frac{1}{1 + \dfrac{J\Omega C\rho}{(D-C)(J\Omega\rho + MV)}}.$$

Si le moment d'inertie J est très important, la formule (5) devient sensiblement

$$(6)\qquad \alpha = 2\,\frac{D-C}{D}.$$

Si le moment d'inertie est négligeable, cette expression passe par un minimum pour $\alpha = 2$, et devient alors

$$(7)\qquad T = \frac{MV}{C\rho}\cdot\frac{3}{4}.$$

Sans boîte de changement de vitesse on aurait (toujours en négligeant l'effet de J)

$$T = \frac{MV}{C\rho}. \tag{8}$$

D'ailleurs, on pourrait généraliser les calculs précédents.

Si J est faible, et si les n démultiplications successives augmentent en progression géométrique de raison α, en partant de la plus faible, un calcul relativement simple conduit à la curieuse formule

$$T = \frac{MV}{C\rho}\left[\frac{1}{\alpha^{2(n-1)}} + \frac{\alpha^{2(n-1)} - 1}{\alpha^{2(n-1)} - \alpha^{2(n-2)}} \cdot \frac{\alpha - 1}{\alpha}\right]. \tag{9}$$

Pour $n = 2$, on réalise le temps minimum avec $\alpha = 2$, résultat déjà connu par ce qui précède. Bien entendu, pour $n = \infty$, α tend vers 1 et l'égalité (9) tend alors vers

$$T = \frac{MV}{2c\rho}; \tag{10}$$

c'est le cas du changement de vitesse progressif permettant de maintenir le moteur à sa pleine puissance $c\Omega$; si l'on compare (10) et (7), on voit qu'un tel changement de vitesse permet de réduire de moitié le temps de mise en vitesse.

Quand la résistance à l'avancement n'est plus négligeable, surtout dans l'évaluation du temps T_2; cette évaluation peut être obtenue sans difficulté, mais alors la valeur optimum de α ne peut être déterminée que par un procédé graphique (1). Enfin, si au début du temps T_1, le moteur tourne à une vitesse ω_1, au lieu de la vitesse limite Ω, le second membre de la première égalité comporte le terme additif $J(\Omega - \omega_1)\rho\alpha$, mais ceci ne modifie ni la valeur optimum de α, ni les conclusions de la présente étude.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Influence de la température sur le coefficient de Poisson des alliages sidérurgiques. Anomalie de ce coefficient liée à la transformation magnétique des ferronickels réversibles.* Note de MM. **Pierre Chevenard** et **Charles Crussard**, transmise par M. Léon Guillet.

La variation thermique du module de Young E et du module de Coulomb μ des métaux et des alliages a fait l'objet de nombreux travaux; mais on sait encore peu de choses quant aux effets de la température sur le rapport E/μ ou,

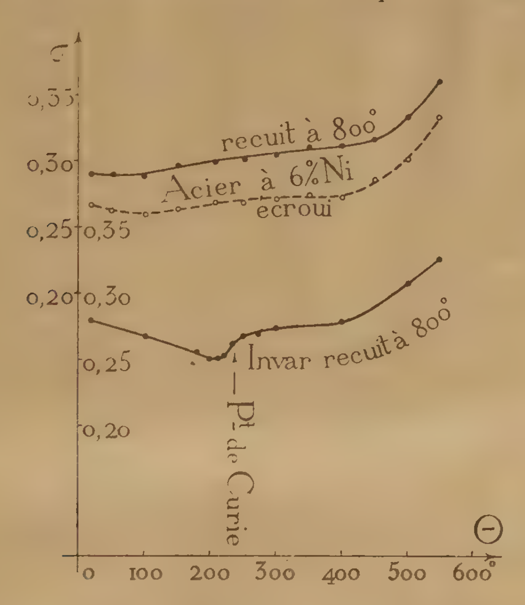
(1) Cependant, si l'on admet que la résistance à l'avancement est de la forme usuelle $F + Kv^{-2}$, et si le moment d'inertie J est faible, on obtient

$$\alpha^3 - 2\,\frac{c\rho - F}{c\rho}\,\alpha^2 + \frac{KV^2}{c\rho} = 0, \tag{11}$$

d'où $\alpha = 2$ quand F et K sont négligeables.

ce qui revient au même, sur le coefficient de Poisson σ défini par la relation $1+\sigma = E/2\mu$.

On ne peut rien obtenir de la comparaison des deux courbes *module-température* (E, θ), (μ, θ), si elles ont été déterminées sur des éprouvettes distinctes dont l'histoire thermique et mécanique n'est pas exactement identique. Les deux coefficients thermoélastiques, en effet, sont affectés sensiblement et de façon inégale par toutes les particularités de cette histoire. On ne peut même pas rapprocher avec sécurité les résultats obtenus sur une même éprouvette au cours de cycles thermiques distincts, pour peu que la



température ait dépassé 500° ou même 400°. La méthode de Kirchhoff [1] échappe à cette critique.

Elle consiste, comme on le sait, à comparer les déformations d'un barreau soumis d'abord à une flexion pure, puis à une flexion superposée à une torsion. Ces déformations, créées par des couples connus, sont amplifiées par un miroir et enregistrées sur une plaque sensible. L'expérience est répétée à différentes températures.

Nous avons choisi cette méthode pour étudier le coefficient de Poisson de quelques alliages sidérurgiques à fer α et à fer γ. Pour les ferronickels, en particulier, il était intéressant de rechercher si la transformation magnétique réversible, qui affecte profondément la variation thermique des deux modules, s'accompagne aussi d'une anomalie du coefficient de Poisson. Cette question n'a pas qu'un intérêt scientifique : dans la fabrication de l'élinvar et des alliages à coefficient thermoélastique déterminé, il est avantageux de pouvoir

(1) Voir H. Bouasse, *Élasticité et résistance des matériaux*, Paris, 1920, p. 263.

conclure du module μ, le plus facile à mesurer, au module E qui intervient dans la plupart des applications.

Avec les taux de fatigue admis dans nos expériences, inférieurs à 5 kg/mm², les courbes *torsion-flexion* enregistrées sont des droites réversibles dans le domaine de l'état rigide. Elles se transforment en cycles dès qu'apparaît le fluage, et nous avons l'intention de revenir sur cette manifestation de la viscosité. La présente étude est limitée au domaine de températures où le rapport des deux déformations de flexion et de torsion est expérimentalement bien déterminé. Voici nos premières conclusions :

1° Quand on fait croître la température des aciers proprement dits et des austénites amagnétiques, c'est-à-dire des alliages exempts de transformation polymorphique dans l'intervalle thermique exploré, le coefficient σ n'éprouve d'abord que des variations de faible amplitude. Puis la courbe (σ, θ) se relève à partir d'une température qui coïncide avec le seuil des phénomènes visqueux, repéré par la rapide croissance du frottement interne. Cette courbe offre d'ailleurs une étroite parenté d'allure avec celle du décrément mesuré au pendule de Coulomb sur les mêmes alliages.

2° A température ordinaire, le coefficient σ de l'invar et des ferronickels groupés autour de Fe^2Ni est supérieur à ce que donnerait la règle des mélanges (fer γ et nickel). Quand la température croît, σ commence par diminuer, puis se relève à l'approche du point de Curie. Il existe donc une *anomalie du coefficient de Poisson* liée à la transformation magnétique réversible de ces alliages.

On sait déjà que Fe^2Ni et les solutions solides voisines ont, par rapport à la loi des mélanges, un volume spécifique trop élevé, des modules d'élasticité trop faibles, un frottement interne trop fort. Comme toutes ces anomalies tendent à s'atténuer au fur et à mesure que le métal chauffé s'approche de l'état paramagnétique, il en résulte, au-dessous du point de Curie, une dilatabilité très faible, des coefficients thermoélastiques fortement positifs et des coefficients thermiques négatifs pour le frottement interne et le coefficient de Poisson. Le signe négatif de $d\sigma/d\theta$ à l'ambiante entraîne, pour le coefficient thermoélastique $(1/\mu_0)(d\mu/d\theta)$ de l'invar, une valeur supérieure à celle de $(1/E_0)(dE/d\theta)$, résultat antérieurement noté par Ch.-Ed. Guillaume.

3° Le coefficient de Poisson est affecté comme toutes les autres propriétés élastiques par les interventions thermiques ou mécaniques. Le recuit après tréfilage des aciers et des austénites amagnétiques relève légèrement le coefficient σ; l'effet est de signe opposé et beaucoup plus intense pour les ferronickels anomaux. La pente initiale de la courbe (σ, θ) est plus forte pour l'invar écroui que pour l'invar recuit : l'écrouissage n'affecte donc pas dans la même proportion les deux coefficients thermoélastiques.

Ce dernier résultat peut être rapproché d'un autre effet d'anisotropie

constaté par l'un de nous [2] : l'étirage d'un barreau d'invar en diminue la dilatabilité, et l'effet dans le sens transversal est deux fois et demi plus faible que dans le sens longitudinal.

ÉLECTROCHIMIE. — *Conductibilité des solutions d'azoture de thallium.* Note de Mme **Marie-Louise Brouty**, présentée par M. Jacques Duclaux.

Les mesures de conductibilité ont été effectuées à 25° ± 0°,4 à l'aide d'un pont à fil de 30m avec un oscillateur à lampe, et amplification.

Le tableau suivant donne les valeurs obtenues pour la conductibilité équivalente. L'erreur maximum est inférieure à 0,2 % (pour les mesures aux grandes dilutions, les valeurs sont corrigées de la conductivité de l'eau).

c équiv. gr./lit.	Λ.	γ (*).	f_+.	f_-.	K (*).
0,01450	124,5	0,885	0,883	0,911	$7,5.10^{-2}$
0,00725	128,5	0,893	0,866	0,926	4,3
0,00361	132,0	0,903	0,907	0,942	2,6
0,00181	137,0	0,928	0,940	0,957	2,2
0,00091	141,7	0,951	0,963	0,970	1,6
0,00045	144,0	0,962	0,974	0,979	1,1
0,00011	148,2	0,984	0,987	0,989	0,7

(*) Pour $\Lambda_\infty = 152$.

La courbe représentant les variations de Λ en fonction de $\sqrt{2c}$ a l'allure de celle d'un électrolyte incomplètement dissocié : l'extrapolation de la courbe pour la région des grandes dilutions, qui comporte quatre points en ligne droite, conduit à la valeur $\Lambda_\infty = 152$ [1]. La pente de la tangente dans cette région est très différente de celle prévue par la théorie de Onsager pour un électrolyte fort du type 1 — 1 (225 au lieu de 66,7).

On est donc ainsi amené à calculer le coefficient de dissociation γ et la constante de dissociation K de cet électrolyte.

En combinant la formule d'Onsager pour un électrolyte incomplètement dissocié de ce type

$$\Lambda = \gamma(\Lambda_\infty - \alpha\sqrt{2c\gamma})$$

et la loi d'action des masses

$$K = \frac{c\gamma^2}{1-\gamma} \cdot f_+ \cdot f_-$$

(f_+ et f_- représentent les coefficients d'activité de N_3 et de Tl^+), on calcule γ et K si l'on connaît Λ_∞ avec certitude.

(2) *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, 17, 1927, p. 110.

(1) Valeur de beaucoup supérieure à celle que l'on déduit des conductibilités ioniques extraites de la littérature

$$\Lambda_\infty = l_{N_3^-} + l_{Tl^+} = 140,5.$$

Dans la plupart des cas, cette détermination exacte n'est pas aisée, et une erreur sur Λ_∞ entraîne une erreur d'autant plus grande sur K, que la fraction dissociée de l'électrolyte est plus grande. C'est pourquoi dans le cas de l'azoture de thallium Λ_∞ a été déterminé par approximations successives. Les valeurs de f_+ et f_- sont celles qui ont été précédemment obtenues ([2]).

Dans les limites compatibles avec les résultats expérimentaux

$$(150 < \Lambda_\infty < 154),$$

aucune valeur de Λ_∞ ne permet d'obtenir une valeur constante pour K; K décroît régulièrement avec c pour toutes les valeurs de Λ_∞ essayées (tableau).

Dans ces conditions on est amené à conclure que l'azoture de thallium se rapproche du type électrolyte fort, malgré la pente anormale de la tangente à la courbe.

Cette conclusion n'est d'ailleurs pas surprenante si l'on se réfère aux données thermodynamiques relatives à l'hydroxyde de thallium et à l'acide azothydrique. Tl(OH) doit être considéré comme un électrolyte fort. [Chaleur de neutralisation, par HCl 13,8 cal; par SO^4H^2 15,5 cal ([3]), tandis que N^3H est un acide faible ($1,6 < K.10^5 < 2,8$) ([4]).] Le comportement de N^3Tl doit être analogue à celui de CH^3CO^2Na par exemple.

D'autre part la courbe $\Lambda = \varphi(\sqrt{2c})$ présente nettement deux pentes différentes : pour la portion correspondant aux grandes dilutions $(\sqrt{2c} < 0,085)$ $\alpha = 255$, pour la portion correspondant aux solutions plus concentrées $(0,085 < \sqrt{2c} < 0,170)$ $\alpha = 66$, qui est précisément la pente de Onsager. Si l'on extrapole cette première partie de la courbe, comme on est en droit de le faire dans le cas d'un électrolyte fort, on trouve $\Lambda_\infty = 138$, valeur en assez bon accord avec celles de la littérature.

On peut alors penser que, à partir d'une certaine dilution, il se produit une réaction au sein de la solution (hydrolyse ou association ionique) qui modifie la nature de l'électrolyte.

MAGNÉTISME. — *La loi d'additivité des propriétés magnétiques dans les mélanges où interviennent des phénomènes d'absorption.* Note de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Paulette Berthier**, transmise par M. Aimé Cotton.

Des vérifications de Pascal ([1]) et de Mme A. Cotton-Feytis ([2]), relatives à un grand nombre de composés minéraux, ont permis d'établir la loi d'additivité

([2]) *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 480.

([3]) E. Petersen, *Z. physik. Chem.*, 4, 1884, p. 384; J. Thomsen, *J. prakt. Chem.*, 2e série, 12, 1875, p. 98.

([4]) West, *J. Chem. Soc.*, 77, 1900, p. 707; M. Quintin, *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 625.

([1]) *Thèse*, Paris, 1909.

([2]) *Thèse*, Strasbourg, 1920.

des propriétés magnétiques. L'un de nous ([3]) a étendu ces vérifications aux solutions colloïdales et constaté qu'au cours de la dilution d'un sol d'hydrate ferrique le coefficient d'aimantation de l'hydrate conserve une valeur invariable. Nous nous sommes proposé d'examiner si la loi reste vraie lorsque interviennent des phénomènes d'adsorption dans les milieux soumis aux mesures magnétiques.

Nos expériences ont porté sur un sol d'hydrate ferrique et sur une solution de chlorure ferrique en présence d'un corps adsorbant constitué par de la bentonite. A 5^{cm^3} d'une suspension de bentonite on ajoutait 15^{cm^3} d'une solution d'hydrate ou de chlorure ferrique dont la concentration variait d'une expérience à l'autre. Dans les mélanges ainsi réalisés, la bentonite intervenait sous une concentration c et le chlorure ou l'hydrate ferriques sous une concentration variable c_1. On déterminait la masse spécifique ρ du mélange par la méthode du flacon et sa susceptibilité magnétique k à l'aide de la balance magnétique de Curie et Chéneveau (mesures effectuées à 16° C.)

Désignons par χ_0 le coefficient d'aimantation spécifique de l'eau, par χ celui de la bentonite, par χ_1 celui de l'hydrate ou du chlorure ferrique. Si la loi d'additivité des propriétés magnétiques se vérifie, on doit avoir

$$\chi_1 c_1 + \chi c + \chi_0(\rho - c - c_1) = k. \tag{1}$$

Désignant par k_0 la susceptibilité d'une suspension de bentonite de concentration c et de masse spécifique ρ_0, on aura

$$\chi c + \chi_0(\rho_0 - c) = k_0. \tag{2}$$

Retranchant membre à membre les équations (1) et (2), on a

$$(\chi_1 - \chi_0) c_1 + \chi_0(\rho - \rho_0) = k - k_0. \tag{3}$$

On peut tenter la vérification de la loi d'additivité des propriétés magnétiques en calculant, pour diverses valeurs de la concentration c_1, le premier membre de la relation (3) à partir des valeurs de k_1 fournies par une solution d'hydrate ou de chlorure ferriques de même concentration c_1, et comparant la valeur ainsi calculée à la valeur expérimentale de $k - k_0$.

Le tableau suivant fournit les éléments de cette vérification. (On a pris pour coefficient d'aimantation de l'eau $\chi_0 = -0{,}719 \cdot 10^{-6}$.)

Hydrate ferrique.

c_1.	χ_1.	$(k - k_0)_{obs}$.	$\frac{(k - k_0)_{calc}}{(k - k_0)_{obs}}$
0,00880....	$+37{,}10 \cdot 10^{-6}$	$+0{,}7960 \cdot 10^{-6}$	0,412
0,01026....	–	0,7340	0,504
0,01173....	–	0,6928	0,608
0,01319....	–	0,6296	0,749
0,01466....	–	0,6106	0,873

([3]) A. Boutaric et R. Bonneviale, *Bull. Soc. Chim. France*, 5e série, 2, 1935, p. 1998.

Chlorure ferrique.

c_1.	χ_1.	$(k-k_0)_{obs}$.	$\frac{(k-k_0)_{calc}}{(k-k_0)_{obs}}$.
0,0020....	$60,15.10^{-6}$	$0,2148.10^{-6}$	0,512
0,0041....	82,38	0,4046	0,813
0,0061....	85,96	0,5606	0,914
0,0142....	95,32	1,3811	0,970
0,0162....	96,02	1,5873	0,969

Qu'il s'agisse d'hydrate ou de chlorure ferriques, les quotients

$$\frac{(k-k_0)_{calc}}{(k-k_0)_{obs}}$$

sont inférieurs à l'unité. Ils croissent avec c_1 et semblent tendre vers 1 quand c_1 croît de plus en plus. La loi d'additivité des propriétés magnétiques ne s'applique pas à de tels mélanges. Tout se passe comme si l'adsorption sur la bentonite entraînait un accroissement du coefficient d'aimantation de la substance fixée.

MAGNÉTISME. — *Viscosité du mercure soumis à l'action d'un champ magnétique.* Note de MM. **Georges Destriau** et **Guy Massieu**, transmise par M. Aimé Cotton.

Divers auteurs ont étudié l'action des champs magnétiques sur les coefficients de viscosité de certains liquides [1], mais ils n'ont donné aucune indication dans le cas du mercure. Les expériences sont d'ailleurs délicates à cause des perturbations importantes apportées par les courants de Foucault.

Dans nos mesures, le mercure s'écoule par gouttes à l'extrémité d'un tube capillaire placé entre les pièces polaires d'un électroaimant, les gouttes se formant hors du champ. L'écoulement s'effectue sous de fortes charges pouvant atteindre plus de deux mètres de mercure. Toutes les erreurs dues au diamagnétisme du mercure et au paramagnétisme de l'oxygène de l'air nous paraissent alors négligeables. Par contre, l'action des courants de Foucault reste très importante et peut masquer complètement le phénomène. Si le tube n'est pas trop fin (diamètre intérieur supérieur à quelques centièmes de millimètre), le débit se trouve réduit dans le champ par suite du freinage dû aux courants de Foucault. Pour un tube de 22/100 de millimètre, la diminution relative de débit croît même comme le carré du champ, ce qui

---

[1] Liebknecht et A. P. Wills, *Ann. der Phys. und Chem.*, 1, 1900, p. 178; Sève, *Annales de Chimie et de Physique*, 27, 1912, p. 189; Abonnenc, *Annales de Phys.*, 3, 1925, p. 161; Miesowicz, *Nature*, 136, 1935, p. 261; P. K. Raha et S. D. Chatterjee, *Indian J. Phys.*, 9, 1935, p. 445; Chatterjee, *Indian J. Phys.*, 10, 1936, p. 399; M. P. Volarovitch et D. M. Tolstoï, *J. Chim. Phys. Russe*, 8, 1936, p. 619.

montre l'action prépondérante des courants de Foucault. La variation relative de débit est d'ailleurs indépendante de la charge.

En produisant l'écoulement dans des tubes de plus en plus fins avec des vitesses de plus en plus faibles malgré des charges d'écoulement élevées, la courbe donnant les variations relatives de débit en fonction du champ change d'aspect, la diminution relative de débit devient de plus en plus faible, puis, pour des tubes très fins et des vitesses très faibles, l'importance des courants de Foucault devenant de plus en plus réduite, on observe non plus une diminution mais au contraire un accroissement du débit. Ce débit passe par un maximum pour environ 15000 gauss, puis décroît à nouveau pour les champs très intenses.

Étant ainsi conduits à réduire de plus en plus les diamètres des tubes et les vitesses d'écoulement, nous avons opéré finalement avec un diamètre limite de 2/100 de millimètre et une vitesse d'écoulement de 1,7 cm/sec. Dans ces conditions, l'action des courants de Foucault est considérablement réduite et le débit s'accroît dans les champs magnétiques pour passer par un maximum à 13500 gauss; à ce moment, l'accroissement relatif du coefficient de viscosité est de 7 % (ce nombre se déduisant des variations de débit après correction due à ce qu'une partie seulement du capillaire est soumise à l'action du champ). Au delà de 13500 gauss, le débit décroît et il est difficile de dire s'il s'agit d'une modification du sens de variation du coefficient de viscosité dans les champs très intenses, ou si cette inversion n'est pas plutôt le fait des courants de Foucault qui reprendraient une valeur appréciable.

On peut se rendre compte de ce que, dans toutes ces expériences, l'échauffement du mercure par les courants de Foucault est insignifiant, et en tout cas très nettement insuffisant pour fournir une perturbation sensible du régime d'écoulement. D'ailleurs le débit ne s'accroît que pour les tubes très fins et les vitesses très faibles, c'est-à-dire précisément lorsque, les courants de Foucault étant très réduits, l'échauffement qu'ils produisent se trouve lui-même corrélativement réduit.

PHOTOCHIMIE. — *Sur le rendement quantique de la décomposition photochimique des azotures et de l'acide azothydrique en solution.* Note de M. **Maurice Bonnemay**, présentée par M. Jacques Duclaux.

J'ai donné (¹) les résultats des mesures de vitesse de décomposition des azotures alcalins en solution dans l'eau sous l'influence de la lumière ultraviolette (2537 Å).

J'ai indiqué que les résultats obtenus à faible concentration pouvaient s'interpréter en admettant un processus semblable à celui déjà proposé par

(1) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 826.

R. Audubert pour la thermolyse et l'électrolyse des mêmes corps :

$$H^2O + N^3M + h\nu \rightarrow N^{2*} + M(OH) + NH$$
$$H^2O + N^{2*} + N^3M \rightarrow N^2 + N^{2*} + M(OH) + NH$$

(où N^3M désigne un azoture métallique et N^{2*} l'azote activé).

D'autre part le groupement (NH) peut réagir sur l'eau pour donner divers produits de réaction (hydroxylamine, hydrazine), identifiés expérimentalement par Gleu ([2]). Cet auteur a également montré que la réaction

$$NH + NH \rightarrow N^2 + H^2$$

se produit.

Afin d'obtenir par une autre méthode des renseignements sur le processus de décomposition, j'ai étudié le rendement quantique de la réaction. Les mesures ont été faites pour 2537 Å. La réaction a été suivie colorimétriquement et par la mesure du pH.

La courbe qui figure le rendement quantique en fonction du temps présente : 1° une période d'induction; 2° une période de croissance rapide; 3° un palier, suivi d'une période de décroissance.

Son allure est semblable à celle de la courbe donnant la vitesse de réaction en fonction du temps.

Pour les azotures, les résultats sont indépendants du cation. Ils sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Azotures N^3Na, N^3K, N^3Li.

	Rendement quantique	
Concentration.	au début.	au palier.
Saturation	0,3	2.10^4
1,5N	0,7	$2,5.10^3$
N	0,7	6.10^3
N/5	10^{-1}	4.10^3
N/10	5.10^{-2}	$1,3.10^4$
N/100	3.10^{-2}	2.10^4
N/1000	10^{-2}	2.10^5

D'autre part on a, pour N^3H N/1000,

Rendement .... au début : $\cong 10^{-1}$; au palier : $\cong 10^5$.

La sensibilité de la pile n'a pas permis de descendre à des concentrations inférieures à N/1000.

Les très grandes valeurs du rendement quantique observées au palier confirment que l'on se trouve en présence d'une réaction par chaînes. Toutefois les faibles valeurs obtenues au début de la réaction indiquent que la décomposition est gênée à cette période, comme le montre d'ailleurs l'existence d'une induction.

([2]) Karl Gleu, *Ber. d. chem. Ges.*, 61, 1928, p. 702.

Les périodes d'induction présentées par l'acide azothydrique sont de beaucoup plus faible durée que celles des azotures. Dans ce dernier cas, si l'on ajoute de petites quantités de bases (NaOH, KOH, LiOH) aux solutions étudiées, la période d'induction disparaît presque totalement sans que le rendement au palier en soit modifié. La durée de la période d'induction est aussi fonction du pH de la solution et de l'intensité de la source lumineuse utilisée pour l'irradiation.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Le noyau des Papavéracées.* Note de Mlle **Marcelle Jouvenel-Marcillac**, présentée par M. Marin Molliard.

La famille des Papavéracées a été très peu étudiée au point de vue caryologique, et la plupart des travaux ne mentionnent que le nombre des chromosomes des diverses espèces; c'est pour cela qu'il nous a paru intéressant de préciser la structure nucléaire, et la formation des chromosomes chez les végétaux appartenant aux genres *Hypocoïdeæ*, *Eschscholtzieæ*, *Chelidonieæ*, *Papavereæ*. Pour cela, nous avons observé de jeunes boutons floraux fixés au Helly ou au Navaschine, et colorés par le violet de gentiane et la méthode de Feulgen. Nos recherches nous ont permis de constater d'une part la variété de structure des noyaux quiescents, d'autre part diverses modalités dans la formation des chromosomes au cours de la prophase.

Des noyaux réticulés s'observent dans les genres *Glaucium*, *Meconopsis*, *Papaver* et *Rœmeria*. Le réticulum chromatique, qui est plus ou moins dense et régulier, montre parfois des empâtements qui correspondent aux nœuds du réseau; les nucléoles sont en nombre variable. Au cours de la prophase, certaines travées du réticulum disparaissent, tandis que d'autres s'épaississent et deviennent plus chromatiques; de longs filaments zigzagants occupent toute la cavité nucléaire; après s'être clivés, ils se raccourcissent, et les chromosomes mieux individualisés acquièrent peu à peu leur aspect caractéristique.

Beaucoup de Papavéracées ont des noyaux à chromocentres; certains correspondent aux descriptions classiques des caryologistes, les autres présentent des caractères plus particuliers qui les rapprochent, soit des noyaux réticulés, soit des noyaux à prochromosomes. Le noyau d'*Eschscholtzia californica* contient un réticulum dense mais d'une extrême finesse, avec un ou deux chromocentres accolés à la paroi nucléaire; le nucléole porte une ou deux granulations volumineuses et très chromatiques. Dans cette plante la reprise de l'activité cinétique est marquée par l'apparition de filaments sinueux, mais assez courts, rappelant un dolichonema et qui se forment à partir du réseau et des chromocentres.

Chez *Chelidonium majus* et *Sanguinaria canadensis*, le noyau quiescent présente un réticulum lâche coloré en rose par le Feulgen, avec des chromocentres de tailles et de formes variées. A la prophase, de longs filaments

sinueux se forment à partir des chromocentres qui s'amincissent, et du réseau dont certaines travées disparaissent, tandis que celles qui sont au contact des granulations chromatiques se renforcent; puis les filaments chromosomiques se clivent, se raccourcissent et deviennent des chromosomes moyennement longs.

Dans les espèces *Hypecoum procumbens*, *Platystemon californicus*, *Argemone mexicana* et *Bocconia cordata*, nous assistons à des modifications progressives de la structure du noyau : le réseau devient lâche, léger, presque incolore; le nombre des chromocentres augmente et tend à se rapprocher de celui des chromosomes, enfin le suc nucléaire prend une coloration intense par la méthode de Feulgen. Chez *Hypecoum* et *Platystemon*, le noyau finement structuré contient des chromocentres petits et ovoïdes en nombre inférieur aux chromosomes. Au cours de la prophase, des chromocentres qui étaient invisibles dans le noyau quiescent réapparaissent, tandis que la coloration du suc nucléaire décroît. Les granulations chromatiques sont ovoïdes; parfois une fente se dessine suivant le grand axe de l'élément, marquant le début du clivage longitudinal; puis les chromosomes s'étirent et prennent l'aspect de petits bâtonnets.

Les noyaux d'*Argemone* et de *Bocconia* sont très voisins des noyaux prochromosomiques; l'enchylème, presque homogène, contient un nucléole, un réticulum très léger, peu visible, des granulations placées contre la paroi nucléaire et dont le nombre est voisin de celui des chromosomes. Au début de la mitose, l'on voit apparaître, aux extrémités des chromocentres, des prolongements à peu près rectilignes qui se chromatinisent, tandis que la coloration du suc nucléaire diminue; en fin de prophase les chromosomes ont l'aspect de courts bâtonnets.

L'étude de la prophase hétérotypique dans les cellules-mères du pollen nous a permis de constater que la formation des chromosomes ne s'effectue pas d'une manière uniforme chez toutes les Papavéracées. En effet le stade de deuxième contraction, qui précède l'appariement des chromosomes homologues lors des mitoses réductrices, s'observe dans les genres *Glaucium*, *Meconopsis* et *Papaver*. Nous n'avons pas retrouvé chez *Eschscholtzia*, *Chelidonium* et *Bocconia*, la disposition particulière des anses chromosomiques qui se groupent autour d'un centre de façon à orienter vers la périphérie leur convexité.

Nos recherches nous permettent donc d'affirmer l'existence de types nucléaires variés chez les Papavéracées; de plus, la prophase des noyaux chromocentriques présente plusieurs modalités : elle est à rapprocher, soit de celle des noyaux réticulés, soit de celle des noyaux à prochromosomes. Du point de vue caryologique, cette famille offre ainsi, comme celle des Orchidées d'après Mme Eftimiu-Heim (1941), tous les intermédiaires, entre des noyaux dont la chromatine est exclusivement à l'état de réseau, ou bien au contraire

presque entièrement condensée sous forme de chromocentres. Enfin le phénomène de seconde contraction, dont certains auteurs veulent faire un stade fondamental de la réduction chromatique, ne s'observe pas chez toutes les Papavéracées.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action du milieu aquatique sur le métabolisme des protides.* Note de MM. **Raoul Combes**, **Arthur Brunel** et M[lle] **Andrée Chabert**, présentée par M. Marin Molliard.

Parallèlement à nos recherches sur l'action de l'éclairement (1), expérimentant sur la même lignée de *Veronica Anagallis*, utilisant la faculté que possède cette plante de vivre aussi bien dans l'air qu'en immersion complète sous l'eau, nous avons entrepris d'étudier l'action du milieu aquatique sur l'absorption et l'élaboration des substances azotées.

Deux lots de plantes issues de graines identiques ont été cultivées sur un sol de même composition, l'un à l'air libre, à la lumière solaire directe, et l'autre en immersion dans l'eau. Le semis a été fait le 15 avril. Les quantités de composés azotés trouvées exprimées en milligrammes, et rapportées à une plante, sont réunies dans le tableau ci-dessous.

Dates des récoltes.	Conditions de culture.	Substance sèche.	Azote protéique.	soluble.	nitrique.	ammon.	amidé.
29 juin......	eau	322	9,60	1,99	1,10	0,26	0,12
	air	411	11,09	1,25	0,02	0,04	0,86
8 juillet....	eau	689	19,34	9,09	6,52	0,06	0,23
	air	1343	14,50	3,09	0	0,09	1,07
21 »	eau	1474	32,16	24,70	22,20	0,13	0,47
	air	1777	19,17	2,97	0	0,09	0,12
29 »	eau	4927	108,39	84,74	70,20	0,52	0,67
	air	1539	13,12	1,27	0	0	0

Nous retrouvons les faits déjà constatés par M[lle] M.-T. Gertrude (2) sur cette même espèce : élaboration plus active des protéides dans les tissus vivant en immersion que dans ceux qui fonctionnent dans l'air, et surtout accumulation plus grande de substances azotées solubles chez les premiers que chez les seconds. Non seulement, comme le montre le tableau ci-dessus, pendant presque tout son développement, chaque plante immergée en contient plus que la plante d'air de même âge, mais encore à poids égal la substance de la première est plus riche que celle de la seconde; les taux respectifs sont 0,61 % de la substance sèche et 0,30 % chez la plante jeune, 1,32 et 0,23 % au 2e stade étudié, 1,67 et 0,11 % au 3e, 1,72 et 0,08 %, c'est-à-dire 20 fois plus, au 4e.

Le dosage des différentes formes de substances azotées solubles montre de

(1) R. Combes, A. Brunel et M[lle] A. Chabert, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 681.

(2) *Revue générale de Botanique*, 49, 1937, p. 161.

quoi sont composés ces dépôts importants que renferment les tissus vivant sous l'eau. Il s'agit presque uniquement de nitrates. Tandis que les plantes croissant dans l'air n'en contiennent que dans leur jeune âge, et en petites quantités, les individus cultivés sous l'eau, déjà beaucoup plus riches au début de leur développement, ne cessent d'en accumuler jusqu'à la fin de la végétation, la richesse de leurs tissus en azote nitrique passant successivement de 0,34 % de la substance sèche à 0,94, puis à 1,50 %, ce qui, calculé en nitrate de potassium, représente $10^g,82$ de ce sel pour 100^g de tissu sec, taux exceptionnellement élevé, grâce auquel les organes desséchés fusent lorsqu'on les incinère. L'azote ammoniacal et l'azote amidé demeurent par contre peu abondants.

Nous avons là un exemple remarquable des changements que peuvent apporter les facteurs du milieu dans la composition chimique d'un végétal. Suivant qu'elle se construit dans l'air ou sous l'eau, la plante étudiée élabore des tissus dépourvus de nitrates, ou bien au contraire en contenant une proportion pouvant dépasser 10 % des constituants totaux.

On a généralement expliqué les accumulations de nitrates qui se produisent chez les végétaux dans certaines conditions de milieu par le faible pouvoir réducteur et la faible activité de protéogénèse des tissus qui contiennent ces dépôts (Nightingale, Eckerson). Cette explication ne peut convenir au cas des plantes vivant sous l'eau, dont les tissus sont le siège d'une protéogénèse extrêmement active, et qui accumulent cependant des quantités considérables de nitrates.

Si l'on prend en considération le fait que les tissus qui se montrent riches en nitrates, ceux des organes formés sous l'eau, ceux des plantes vivant en lumière très atténuée, ainsi que ceux des organes jeunes, ont des caractères communs de structure physicochimique : tissus peu consistants, très hydratés, où la proportion de matière vivante est élevée et les accumulations de matériaux inertes très réduites, on peut se demander si, dans ces divers cas, l'accumulation de nitrates ne doit pas être attribuée à ces caractères physicochimiques mêmes plutôt qu'à une déficience de certaines activités physiologiques. A l'appui de cette manière de voir, il y a lieu de rappeler que ces trois sortes de tissus ne se rapprochent pas seulement par leur taux élevé en nitrates, mais aussi par leur richesse en minéraux fixes : le *Veronica Anagallis*, cultivé à l'air en pleine lumière, contient 22,5 % de minéraux fixes dans son jeune âge et 12,6 % seulement en fin de végétation ; au moment de la fructification, les individus maintenus en lumière très atténuée en renferment 22,2 %, tandis que chez ceux cultivés en lumière solaire directe, la teneur s'abaisse à 10,8 % ; enfin, chez les plantes vivant sous l'eau, où la transpiration est pourtant totalement supprimée, on en trouve 22,7 %, tandis que celles vivant dans l'air n'en contiennent que 10,8 % (³). Il est permis de penser que les trois sortes de

(³) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1107.

tissus riches en nitrates doivent leur forte minéralisation à des caractères communs de structure physicochimique qui leur confèrent des facultés spéciales d'absorption et de fixation des sels minéraux et des nitrates en particulier.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Recherches sur la lactacidémie chez le Poisson d'eau douce.* Note de MM. **Marcel Secondat** et **Diégo Diaz**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Nous avons étudié les variations de la lactacidémie au cours d'un exercice forcé chez deux Téléostéens d'eau douce, la Carpe (*Cyprinus carpiol* L.) et la Tanche (*Tinca tinca* L.). On sait toute l'importance des travaux analogues qui ont été réalisés sur les Mammifères et sur les Batraciens, et qui ont conduit à attribuer un rôle capital à l'acide lactique dans le cycle de l'utilisation des glucides au cours de l'effort musculaire ([1]).

I. *Technique.* — Nos prélèvements ont été effectués par ponction cardiaque sur des animaux à jeûn pesant 400 à 600^g, c'est-à-dire capables de supporter plusieurs saignées dans la même journée. On écaille la région située entre les nageoires pectorales; puis, au milieu de l'espace ainsi dégagé, on introduit une aiguille à biseau court, de manière à atteindre le cœur; le poisson est aussitôt retourné au-dessus d'un récipient dans lequel le sang s'écoule à gouttes précipitées. On recueille 2^{cm^3} qu'on reçoit sur oxalate fluoré et qu'on défèque aussitôt par l'acide trichloracétique. Après cette saignée, les poissons sont replacés dans l'eau courante à 8-10° et reprennent immédiatement leur station normale et leurs mouvements habituels; leur état reste parfaitement normal plusieurs semaines après la prise de sang, même lorsqu'on a pratiqué sur le même individu trois prélèvements de 2^{cm^3} environ à quelques heures d'intervalle. Pour le dosage de l'acide lactique, nous avons adopté la méthode de Friedeman, Cotonio et Shaffer ([2]), décrite par Rogeon ([3]).

II. *Lactacidémie chez le Poisson au repos.* — Nos animaux (carpes et tanches) ont été maintenus au repos à l'obscurité dans les bassins intérieurs d'environ 3^{m^3}. Nous avons trouvé les quantités suivantes d'acide lactique (en milligrammes pour 100^{cm^3} de sang).

							Moyenne.
Carpe.......	13	11,8	11,8	17,7	13	13,6	13,6
Tanche.......	18	14,4	15,9	15,1	16	14,8	15,7

Les chiffres ainsi trouvés permettent de dégager les observations suivantes : 1° pour chacune des espèces étudiées, les écarts observés entre les divers individus sont très faibles; on peut parler d'une constante relative de la lactacidémie chez le Poisson au repos; 2° les moyennes établies dans les deux espèces (13,6 et 15,7) sont très voisines l'une de l'autre; 3° ces moyennes se rapprochent sensiblement de celles établies antérieurement ([1]) pour l'Homme au repos (17^{mg}) et pour le Chien ($18^{mg},9$).

([1]) Baïsset, Bugnard et Rogeon, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 20, 1938, p. 51; L. Charlet, *Thèse de Médecine*, Toulouse, 1939.

([2]) Friedeman, Cotonio et Shaffer, *J. of Biol. Chem.*, 73, 1927, p. 335.

([3]) M. Rogeon, *Recherches sur la teneur du sang en acide lactique* (*Thèse de Pharmacie*, Toulouse, 1937).

III. *Lactacidémie chez le Poisson soumis à un exercice forcé.* — Pour vérifier les effets du travail musculaire sur la teneur en acide lactique du sang des Poissons d'eau douce, nous avons opéré sur des tanches. Afin de provoquer chez ces animaux une dépense d'énergie considérable, nous les avons forcés à se déplacer rapidement pendant 15 minutes et sans interruption dans un long bassin rectangulaire, sous une faible épaisseur d'eau, celle-ci étant vigoureusement agitée au moyen d'une gaule. A la fin de l'exercice les poissons, visiblement fatigués, ne nageaient plus que mollement; nous pratiquions alors sur chaque individu trois prélèvements de sang successifs; le premier, immédiatement après l'exercice, le second et le troisième 2 et 6 heures après. Les résultats des dosages figurent dans le tableau suivant, où l'on a réparti les animaux en trois groupes, I, II et III, d'après l'évolution de la lactacidémie.

Lactacidémie après un exercice forcé chez la Tanche (température de l'eau 8 à 10°).

	Lactacidémie immédiatement		2 heures		6 heures après l'exercice.		
		Moyennes.		Moyennes.		Moyennes.	Remarques.
I.	46		28,4		16		survie
	33	52,9	23	23,81	14,8	15,94	»
	79,8		20,03		17,02		»
II.	68,5		81,2		53,7		survie
	35,4	52,63	42,8	60,73	21,2	39,97	»
	54		58,2		45		»
III.	44		50,1		52,6		survie
	52,5	53,90	65,5	67,52	112,8	94,72	mort après 48 h.
	39		52		58,5		survie
	79,5		102,5		155		mort après 36 h.

L'examen de ce tableau nous conduit aux constations suivantes :

1° Un exercice musculaire prolongé pendant 15 minutes détermine chez tous les poissons, immédiatement après l'effort, une élévation importante du taux de l'acide lactique sanguin.

2° Si nous examinons les chiffres qui expriment la lactacidémie 2 heures et 6 heures après l'exercice, des différences marquées apparaissent dans le comportement des animaux. Nous pouvons ainsi répartir nos poissons en trois groupes d'importance à peu près égale. Dans le groupe I, le taux d'acide lactique s'est considérablement abaissé après 2 heures, pour regagner la normale 6 heures après la fin de l'exercice. Dans le groupe II, la lactacidémie continue à s'élever nettement 2 heures après la fin de l'exercice; puis elle décroît sensiblement et se rapproche de la normale après 6 heures. Dans le groupe III, la lactacidémie, comme dans le groupe II, s'est accrue pendant les deux premières heures, mais au lieu de décroître par la suite, elle continue dans tous les cas à monter jusqu'à atteindre après 6 heures un chiffre parfois très élevé. Les animaux chez lesquels la lactacidémie reste ainsi très élevée après la sixième heure ont très difficilement supporté l'épreuve physique qui leur a été imposée : deux d'entre eux ont succombé dans les 48 heures, les deux autres ne sont revenus que très lentement à l'état normal.

Conclusions. — Il semble que chez le Poisson, comme chez les Mammifères, le sang s'enrichit fortement en acide lactique au moment de l'effort musculaire prolongé. Après quoi, le retour à la normale se produit rapidement (en moins

de 6 heures) chez les individus résistants. Chez les autres, le taux de la lactacidémie continue à croître après 6 heures : l'effort, qui généralement a été excessif, peut entraîner la mort de l'animal.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la résistance au froid des œufs* récemment pondus *de* Bombyx Mori. Note de M. **Jean Rostand**, présentée par M. Maurice Caullery.

On sait depuis longtemps que les œufs de *Bombyx mori*, une fois qu'ils ont accompli la première phase de leur embryogenèse, peuvent supporter un séjour de plusieurs mois à la température de 0°, et même qu'une période de froid est nécessaire à la reprise de leur développement. Mais on n'a guère étudié l'action du froid sur l'œuf qui vient d'être pondu. Par les expériences qui font l'objet de la présente Note, je me suis proposé de déterminer quelle durée de refroidissement cet œuf peut supporter sans perdre l'aptitude au développement.

Des lots comprenant chacun une trentaine d'œufs sont portés à la glacière (0°) tout de suite après la ponte; ils en sont retirés à intervalles réguliers, et soumis à une température favorable. Pour chaque lot, on note, dans les jours qui suivent, le pourcentage des virages (changements de la couleur de l'œuf qui indiquent le début de l'embryogenèse), et, au printemps suivant, celui des éclosions.

Voici les résultats de quelques essais, choisis parmi une trentaine.

Durée d'exposition au froid (en heures).	Pourcentages. Exp. *A*. (R. italienne, cocons blancs.)		Exp. *B*. — (Même race.)		Exp. *C*. — (Même race.)		Exp. *D*. (R. française, coc. jaunes.)		Exp. *E*. — (Même race.)	
	V.	E.	V.	E.	V.	E.	V.	E.	V.	E.
0 (Témoins).	100	100	95	93	100	95	95	95	100	95
12...........	—	—	—	—	—	—	6,6	6,6	0	0
18...........	56,5	52,1	—	—	—	—	—	—	—	—
24...........	94,1	79,4	4	4	13	0	33,3	25,6	12,5	9,3
36...........	78,2	78,2	5	0	0	0	0	0	72,7	72,7
48...........	25	12,5	30	10	4,6	0	0	0	7,6	0
60...........	—	—	5	0	8,3	0	0	0	0	0
72...........	0	0	4,5	4,5	1,6	0	0	0	—	—
84...........	10	0	12,5	12,5	—	—	—	—	—	—
96...........	0	0	0	0	0	0	—	—	0	0
108...........	—	—	0	0	—	—	—	—	—	—
120...........	—	—	0	0	—	—	—	—	—	—
132...........	—	—	0	0	—	—	—	—	—	—

V, virages; E, éclosions.

Ainsi qu'on le voit, les résultats sont très irréguliers; ils varient suivant les pontes et, dans une même ponte, suivant les œufs. Dans l'expérience *C*, les œufs, refroidis 24 heures à 0°, ne donnent pas une éclosion, alors que, dans l'expérience *B*, les œufs refroidis 84 heures donnent 12,5 % d'éclosions.

Dans la presque totalité des essais (29 sur 30), les œufs se sont montrés incapables d'un développement régulier après avoir subi 96 heures de froid : en général, ils en sont incapables après 84 et même 72 heures. Toutefois, dans une seule expérience (*K*), quelques éclosions (6 et 7 %) se sont produites dans des lots ayant subi respectivement 108 et 120 heures de froid.

Il convient en outre de remarquer que, dans plusieurs essais, le nombre des éclosions, au lieu de décroître à mesure que croît le temps de refroidissement, s'est montré plus élevé là où le froid avait été plus prolongé : par exemple, dans l'expérience *A*, on a 79,4 % d'éclosions pour 24 heures de froid, et seulement 52,1 pour 18 heures; dans l'expérience *D*, on en a 25,6 % pour 24 heures de froid, et seulement 6,6 % pour 12 heures etc.

Dans la ponte ci-dessus mentionnée (*K*), où quelques œufs ont éclos après 108 et 120 heures de froid, les lots de 36, 48, 72 et 96 heures n'ont donné aucune éclosion; de sorte qu'on peut se demander si le froid n'a pas exercé quelque action stimulante sur le développement de certains œufs [1].

Au moment où l'œuf de *Bombyx mori* vient d'être pondu, les pronucléi ne sont pas encore unis, et il est vraisemblable que l'un des effets du refroidissement est d'empêcher cette union. Or, si, avant de refroidir l'œuf, on attend 1 heure et demie à 2 heures, délai nécessaire pour que s'effectue l'union des pronucléi, on constate que la résistance au froid est notablement accrue.

Ainsi, dans une expérience où les œufs traités immédiatement après la ponte ne donnent aucune éclosion après 48 heures, on a encore des éclosions après 72 heures avec des œufs traités 2 heures plus tard; dans une autre, les œufs récemment pondus ne donnent rien après 96 heures; les œufs âgés de 2 heures donnent encore 20 % d'éclosions après le même délai; dans une troisième, les œufs récemment pondus ne donnent rien après 40 heures; les œufs âgés de 1 heure et demie donnent 15 % d'éclosions après 108 heures; dans une quatrième, les œufs récemment pondus ne donnent rien après 84 heures; les œufs âgés de 1 heure et demie donnent 10 % d'éclosions après 156 heures dans une cinquième enfin, les œufs récemment pondus ne donnent rien après 48 heures; les œufs âgés de 2 heures donnent encore 4 % d'éclosions après 168 heures.

La résistance au froid de l'œuf de *Bombyx mori* est donc manifestement accrue après la fusion des pronucléi.

---

[1] Il y aura lieu de rechercher ultérieurement, par les méthodes génétiques, si les œufs longuement refroidis tout de suite après la ponte ne présentent pas un comportement nucléaire anormal, comme cela se produit chez les Batraciens (J. Rostand, *C. R. Soc. Biol.*, 113, 1933, p. 346; 115, 1934, p. 1680; 122, 1936, p. 1012. G. Fankhauser et Griffiths, *Proc. Nat. Acad. Sc. Washington*, 25, 1939).

PHARMACOLOGIE. — *Action comparée de l'anabasine et de la nicotine sur la préparation neuromusculaire de Grenouille.* Note de Mlle **Marcelle Beauvallet**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Nous devons la connaissance de l'anabasine à Orekhoff (¹), qui l'isola, en 1929, de l'*Anabasis aphylla* (Chenopodiacées) et qui, deux ans plus tard, parvint à montrer que sa constitution est très voisine de celle de la nicotine; elle n'en diffère que par la présence d'un cycle pipéridinique au lieu du cycle méthylpyrrolidinique. Cette constitution, qui fut confirmée en 1937 par la synthèse (²), incita les pharmacologues à entreprendre l'étude de l'anabasine comparativement à celle de la nicotine (³). Il appartint à Haag (⁴), puis à Anitschkoff (⁵), de montrer que par action locale sur le ganglion sympathique cervical du Chat, l'anabasine se comporte comme la nicotine, savoir action d'abord excitante puis paralysante. Anitschkoff fit en outre une étude quantitative comparée de ces deux poisons, et il put conclure à une action plus faible de l'anabasine à la fois dans ses effets cardiaques, circulatoires et respiratoires.

Nous nous sommes proposé d'étudier le comportement de l'anabasine sur la préparation neuromusculaire de la Grenouille, qui n'a été examiné que superficiellement par Haag (*loc. cit.*). Cet auteur s'est borné, en effet, à immerger en entier cette préparation dans une solution d'anabasine au 1/10000 sans se préoccuper d'en examiner séparément les deux éléments, nerf et muscle; il a pu toutefois constater qu'il se produit un effet curarisant survenant plus lentement qu'avec la nicotine. Or s'il est bien établi (⁶) que la transmission de l'excitation du nerf au muscle est bloquée quand le muscle seul est immergé dans une solution de nicotine voisine du 1/10000, on sait également (⁷) qu'à la même concentration, ce poison n'a aucune action sur la fibre nerveuse, celle-ci ne paraissant avoir sa conduction interrompue que lorsque la nicotine se trouve à une concentration égale ou supérieure au 1/200.

Il était intéressant de rechercher s'il en est de même avec l'anabasine (⁸). Nous avons utilisé à cet effet la préparation sciatique-gastrocnémien de

---

(¹) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 945; A. Orekhoff et Menschikoff, *Ber. d. chem. Ges.*, 64, 1931, p. 266.

(²) Spaeth, *Ber. d. chem. Ges.*, 70, 1937, p. 70.

(³) En réalité il conviendrait de comparer l'anabasine à la nor-nicotine, ou mieux la nicotine à la méthylanabasine, mais celle-ci n'a pas encore été préparée.

(⁴) *Journ. of Pharmacol.*, 48, 1933, p. 95.

(⁵) *Arch. Intern. Pharmacod.*, 51, 1935, p. 367.

(⁶) Boehm, *Studien über Herzgifte Wurzburg*, 1871; Langley, *Journ. of Physiol.*, 47, 1913, p. 159; M. Lapicque, *Journ. Physiol. et Pathol.*, 20, 1922, p. 489.

(⁷) Mazoue, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 50; Raventos, *ibid.*, 110, 1932, p. 739.

(⁸) L'anabasine que nous avons employée nous a été remise par M. Tiffeneau qui la tenait de M. Orekhoff; elle a été utilisée en solution aqueuse préparée au moment de l'expérience.

Grenouille (Rana esculenta), et nous avons mis les solutions d'anabasine en contact tantôt avec le muscle seul, tantôt avec le nerf, celui-ci étant dans tous les cas excité par des décharges de condensateurs.

1° *Action sur le muscle.* — Avec les solutions d'anabasine au 1/10000, il y a interruption de la conduction du nerf au muscle. Suivant le poids du gastrocnémien, le blocage se fait après un temps plus ou moins long; la moyenne de nos nombreuses expériences est d'environ 45 minutes avec la solution au 1/10000 et de 25 minutes avec la solution au 1/1000. Ces chiffres sont très voisins de ceux que nous avons obtenus avec la nicotine : 50 minutes pour la solution au 1/10000, 30 minutes pour la solution au 1/1000. Il semble donc que l'anabasine soit dans ce cas aussi active que la nicotine.

Si l'on considère le voltage liminaire provoquant la réponse musculaire pour une décharge de condensateurs de 2*py*, on constate qu'il varie très peu pendant toute la durée de l'expérience. Il croît seulement, et en général assez faiblement, pendant les quelques minutes qui précèdent l'interruption de la conduction. En même temps on observe une forte diminution de l'amplitude de la contraction musculaire, le nombre des fibres atteintes par le poison devenant de plus en plus grand [2].

2° *Action sur le nerf.* — Le gastrocnémien restant immergé dans la solution de Ringer, on applique sur la cathode une goutte de la solution d'anabasine essayée. C'est seulement avec les solutions au 2/100 et au-dessus qu'on observe le blocage de la conduction nerveuse, celui-ci se produisant en moyenne en 25 minutes pour l'anabasine et en 30 minutes pour la nicotine. L'anabasine est donc sur le nerf aussi active que la nicotine, sinon plus.

Le voltage liminaire capable de produire la contraction musculaire monte ici progressivement, mais fortement, à mesure que le poison agit. Voici les chiffres fournis par une de nos expériences.

	Avant anabasine.	Après anabasine.							
Temps en minutes...	–	5	10	15	20	25	30	35	40
Volt. rhéob........	1	1,6	2,5	3,2	3,7	4,7	6,0	8,2	Blocage
Cw (*m f*)..........	37	40	40	39	40	40	40	40	

En ce qui concerne la capacité chronaxique, nous n'avons jamais observé de variations aussi fortes que celles qui ont été signalées par H. Mazoué dans l'action de la nicotine sur le nerf : les variations de la chronaxie sont toujours très faibles. En aucun cas et pour aucune concentration, il n'y a eu augmentation de l'excitabilité du nerf sous l'action du poison.

Conclusion. — L'anabasine se comporte sur la préparation sciatique-gastrocnémien de Grenouille comme la nicotine : appliquée à dose faible (au 1/10000) sur le muscle, elle interrompt la transmission de l'exitation électrique du nerf au muscle; placée à forte dose (au 1/100) sur le trajet du nerf, elle interrompt à ce niveau la conduction de l'excitation électrique effectuée en deçà.

A $15^{h}40^{m}$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}.

A. Lx.

---

(2) Signalons, au début de l'action de l'anabasine sur le muscle, une contracture accompagnée de secousses fibrillaires, analogue à celle observée avec la nicotine par Mme Lapicque.